

О ЗВѢЗДАХЪ

ТИПА АЛГОЛІЯ.



МОСКВА.

ТИПОГРАФІЯ Г. ЛИСНЕРА и Д. СОВКО.

Водяничья, Крестовоздвиж. пер., д. 9.

1912.



Изложенныя здѣсь изслѣдованія представляютъ одинъ изъ результатовъ моихъ наблюдений надъ переменными звѣздами, открытыми г-ней Л. П. Цераской на тѣхъ фотографіяхъ звѣзднаго неба, которыя съ 1895 года получаютъ на Московской Обсерваторіи по идеѣ и плану проф. В. К. Цераскаго. При этихъ наблюденьяхъ меня особенно интересовали переменныя звѣзды типа Алголя, потому что изъ наблюдений этихъ звѣздъ, полагая въ основу объясненія ихъ теорію затменія одной звѣзды тѣсной пары другой, можно получить относительно звѣздъ такія указанія, какихъ не можетъ дать въ настоящее время никакое другое астрономическое наблюдение, а именно хотя бы приблизительныя указанія на возможные въ мірѣ двойныхъ звѣздъ размѣры компонентовъ сравнительно съ ихъ взаимнымъ разстояніемъ и ихъ относительную яркость.

Первыя двѣ главы были написаны около трехъ лѣтъ назадъ; короткое сообщеніе относительно переменной *U Serpei* было опубликовано въ *Astr. Nachr.* Bd. 181, № 4338; полностью эти главы напечатаны въ *Annales de l'observatoire de Moscou Série II, Vol. V*; здѣсь онѣ печатаются съ небольшими измѣненіями. Изслѣдованіе переменной *U Scuti* было въ существенныхъ чертахъ закончено въ 1909 г.; въ печати оно появляется здѣсь впервые.

Дорогому учителю проф. В. К. Цераскому свидѣтельствую мою искреннюю глубокую признательность за то вниманіе и содѣйствіе, которыя онъ оказывалъ моимъ работамъ.

С. Б.

Декабрь 1911 г.

В. Числа мѣсяцевъ звездъ даны по новому стилю.

ГЛАВА ПЕРВАЯ.

Объ опредѣленіи элементовъ двойныхъ звѣздъ типа Алголя.

1. Въ настоящее время врядь ли можно сомнѣваться, что измѣненіе яркости у переменныхъ звѣздъ типа Алголя происходитъ отъ того, что одна изъ звѣздъ тѣсной пары временно закрываетъ отъ насъ другую или часть ея. Своеобразная форма кривой блеска и удовлетворительное представленіе кривой блеска β Persei, данное проф. Э. Пикерингомъ въ 1880 г. ¹⁾, сдѣлали это объясненіе весьма вѣроятнымъ, а тотъ фактъ, что скорости по лучу зрѣнія у звѣздъ типа Алголя, у которыхъ подобныя наблюденія были произведены ²⁾, оказались согласными съ этой гипотезой, еще болѣе и весьма значительно подкрѣпляетъ ее; лишь въ изслѣдованіи Ф. Шлезингера ²⁾ о переменной δ Librae въ первый разъ, на сколько мнѣ извѣстно, было обнаружено не полное соответствіе между фотометрическими и спектральными наблюденіями переменной типа Алголя по отношенію къ указанному объясненію этихъ звѣздъ; это обстоятельство указываетъ, что, можетъ-быть, на видимое перемѣщеніе линий въ спектрѣ, либо на яркость, замѣтно влияют еще и другія, кромѣ основной, причины, но не опровергаетъ, конечно, того, что главная причина измѣненія яркости есть закрываніе одного компонента другимъ.

¹⁾ E. Pickering. Dimensions of the fixed stars with the special reference to binaries and variable of the Algol type. Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences. Vol. XVI. 1880.

²⁾ H. Vogel. A. N. Bd. 123, p. 280 (β Persei); A. Belopolsky, A. N. Bd. 145, p. 281 (λ Tauri); E. Frost, Astrophys. Journal, Vol. 25, p. 213 (R Canis Majoris, U Ophiuchi, Z Herculis, RK Herculis, U Sagittae, RZ Cassiopeiae); V. Slipher, Astroph. J. Vol. 25, p. 285 (U Cephei); F. Schlesinger, Publ. of the Allegheny Observ. Vol. I № 20 (δ Librae).

Однако до сихъ поръ опубликовано сравнительно немного исследований о выводѣ изъ фотометрическихъ наблюдений относительныхъ размѣровъ компонентовъ этихъ двойныхъ звѣздъ, ихъ орбитъ и относительныхъ яркостей. Начало этимъ исследованиямъ положить проф. Пикерингъ своимъ исследованиемъ Алгола¹⁾. Исходя изъ предположенія, что обѣ звѣзды представляются намъ круглыми дисками, что одна изъ нихъ совершенно темная, а у другой яркость одинакова во всѣхъ точкахъ диска, и что орбита — кругъ, онъ нашелъ элементы, которые стали затѣмъ общеизвѣстными. Отклоненіямъ вычисленной кривой блеска отъ наблюдений онъ могъ найти удовлетворительное объясненіе. Затѣмъ, въ 1889 г. I. Гартингъ²⁾ въ своей диссертации вновь подвергъ этотъ вопросъ разслѣдованію. Исходныя его положенія были тѣ же, что и у проф. Пикеринга; онъ указалъ методъ опредѣленія входящихъ въ задачу неизвѣстныхъ величинъ путемъ постепенныхъ приближеній, отчасти съ примѣненіемъ способа наименьшихъ квадратовъ къ нѣкоторымъ дифференціальнымъ формуламъ. Проф. Э. Гартвигъ³⁾ примѣнилъ методъ, указанный Гартингомъ, къ исследованію переменной звѣзды Z Herculis. Проф. Гартвигъ излагаетъ при этомъ способъ Гартинга, исправляетъ, между прочимъ, нѣсколько ошибокъ и до нѣкоторой степени обобщаетъ способъ, преобразуя формулы и для того случая, когда каждая изъ звѣздъ разсматривается, какъ болѣе или менѣе яркая. А. Робертъ⁴⁾ въ нѣсколькихъ статьяхъ исследовалъ измѣненіе яркости у звѣздъ типа Алголя и типа β Lyrae. Онъ вывелъ формулы, относящіяся къ болѣе общему случаю эллиптической орбиты и эллипсоидальной формы дисковъ звѣздъ, но

¹⁾ E. Pickering. Dimensions of the fixed stars with the special reference to binaries and variable of the Algal type. Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences, Vol. XVI. 1880.

²⁾ J. Harting. Untersuchungen über den Lichtwechsel des Sternes β Persei. München. 1889.

³⁾ E. Hartwig. Der veränderliche Stern vom Algoltypus Z Herculis. XVII Bericht der naturforschenden Gesellschaft in Bamberg. 1899. — Astr. Nachr. Bd. 152, p. 309.

въ примѣненіи къ конкретнымъ случаямъ либо (у RR Velorum) а ргіогі вводитъ упрощенія, принимая, что орбита круговая и что объ звѣзды равны между собою, либо (у RR Puppi) выводитъ приближенные элементы изъ разсмотрѣнія только нѣкоторыхъ результатовъ наблюдений, а не изъ кривой блеска на всемъ ея протяженіи.

Въ послѣдніе годы Штейнъ¹⁾, Стеббинсъ²⁾, Шлезингеръ³⁾ и Дуганъ⁴⁾ изслѣдовали нѣкоторыя звѣзды типа Алголя на основаніи новѣйшихъ фотометрическихъ наблюдений ихъ, примѣняя формулы Гартинга или нѣсколько измѣненныя формулы, по слѣдуя путемъ планомѣрныхъ гипотезъ.

Эта глава содержитъ соображенія объ опредѣленіи относительныхъ размѣровъ двойнымъ звѣздамъ типа Алголя и относительной яркости обѣихъ звѣздъ путемъ планомѣрныхъ гипотезъ, въ предположеніи, что орбита есть кругъ, что объ звѣзды имѣютъ круглые диски и что яркость каждаго диска во всѣхъ его точкахъ одинакова. Я старался свести число формулъ, по существу дѣла входящихъ въ эту задачу, къ минимуму, каждую формулу привести къ формѣ, удобной для вычисленія при помощи логарифмовъ, углы, гдѣ только возможно, опредѣлить по ихъ тангенсамъ и подыскать наиболѣе удобныя формулы для контроля вычисленій.

2. Разсмотримъ сначала, въ какой мѣрѣ указанныя предположенія допустимы и какой характеръ имѣютъ тѣ отступленія вычисленной кривой блеска отъ дѣйствительной, которыхъ мы должны ожидать въ виду допущеннаго упрощенія задачи.

Несомнѣнно, что двѣ газовыя массы, находящіяся на небольшомъ сравнительно съ ихъ размѣрами разстояніи другъ отъ друга и притомъ вращающіяся, не могутъ имѣть точно сферической формы; вслѣдствіе взаимнаго притяженія ихъ частицъ онѣ должны быть вытянуты по направленію линіи, соединяющей ихъ центры, а вслѣдствіе вращенія каждая изъ нихъ должна быть нѣсколько сжата вдоль ея оси вращенія;

¹⁾ J. Stein. The binary variable star *RZ Cassiopeiae* (*Astrophys. J.* Vol. XXIX p. 308) 1909.

²⁾ J. Stebbins. The measurement of the light of stars with a selenium photometer, with a application to the variations of Algor (*Astroph. J.* Vol. XXXII p. 185) 1910.

³⁾ loco cit.

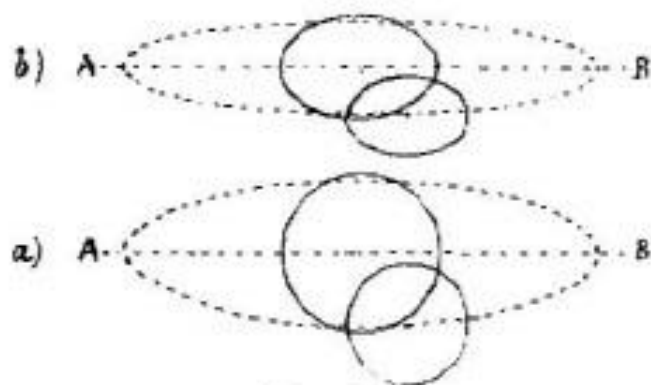
⁴⁾ R. S. Dugan. Photometric researches. The Algor-System *RT Persei* (*Contributions from the Princeton University Observatory* № 1) 1911.

поэтому диски звѣздъ должны быть овальной формы. Какъ наиболѣе вѣроятное предположеніе, мы можемъ принять, что оси вращенія обѣихъ звѣздъ приблизительно перпендикулярны къ плоскости ихъ орбиты, которая мало наклонена къ линіи зрѣнія. Въ такомъ случаѣ во время прохожденія одной звѣзды передъ другой, дискъ каждой звѣзды представляется намъ оваломъ, малая ось котораго есть ось вращенія или незначительно разнится отъ нея по своей длинѣ, и стало-быть остается все время постоянной или почти постоянной; большая же ось овала мѣняется во время прохожденія звѣзды, она меньше всего въ моментъ минимума яркости и больше всего при началѣ убыванія и концѣ возрастанія ея. Если представить себѣ картину прохожденія одного диска передъ другимъ, то не трудно видѣть, что постепенное увеличеніе большой оси каждого изъ нихъ по мѣрѣ удаленія разсматриваемаго момента отъ минимума влечетъ за собой уменьшеніе яркости переменной сравнительно съ тѣмъ случаемъ, когда эти большія оси не увеличиваются; въ частности, промежутокъ времени между тѣмъ или другимъ вышнимъ прикосновеніемъ дисковъ и моментомъ минимума больше при увеличеніи большихъ осей дисковъ, чѣмъ при неизмѣнности ихъ. Слѣдовательно, разница между дѣйствительной яркостью переменной и вычисленной въ предположеніи неизмѣнности дисковъ не существуетъ въ моментъ минимума, а по мѣрѣ удаленія отъ него увеличивается въ томъ смыслѣ, что дѣйствительная яркость оказывается меньше вычисленной. Слѣдующее соображеніе позволяетъ, однако, думать, что это измѣненіе формы дисковъ во время покрытія у звѣздъ типа Алголя не значительно. Если бы звѣзды были значительно вытянуты по какому-либо направленію въ плоскости ихъ орбиты, то вслѣдствіе вращенія яркость каждой изъ нихъ, а слѣдовательно и общая яркость переменной мѣнялась бы и въ то время, когда одна изъ нихъ проходитъ передъ другой, имѣя два максимума, раздѣленные другъ отъ друга на $\frac{1}{2}$ -періода, въ такомъ родѣ, какъ это наблюдается у β Луcae. Подобнаго измѣненія яркости у звѣздъ типа Алголя не обнаружено. Небольшія измѣненія яркости, составляющія лишь нѣсколько сотыхъ долей зв. вел., обнаруженыя Стеббинсомъ ¹⁾

¹⁾ J. Stebbins, loco cit.

у β Persei и Дуганомъ¹⁾ у RT Persei, имѣютъ иной характеръ, и наблюдатели объясняютъ ихъ иными причинами; позволительно поэтому въ первомъ приближеніи допустить, что звѣзды лишь незначительно вытянуты въ плоскости ихъ орбиты, вѣроятно, по направленію прямой, соединяющей ихъ центры; а если такъ, то еще незначительнѣе должно быть измѣненіе формы ихъ дисковъ, когда плоскость проекціи приблизительно перпендикулярна къ вѣроятному направленію ихъ наибольшихъ діаметровъ. Мы можемъ поэтому считать, что диски во время покрытія остаются неизмѣнными.

Разсмотримъ теперь, какое вліяніе на кривую блеска имѣетъ то обстоятельство, что диски ограничены овальными кривыми, а не кругами. Представимъ себѣ ходъ покрытія одного круглаго диска другимъ тоже круглымъ; пусть наклоненіе плоскости орбиты къ плоскости, перпендикулярной къ линіи зрѣнія есть i . Въ нѣкоторый моментъ одинъ кругъ отчасти покрываетъ другой (чертежъ 1).



Черт. 1.

Пунктирная линія означаетъ видимую орбиту, т.-е. проекцію дѣйствительной орбиты на плоскость, перпендикулярную къ линіи зрѣнія; AB —линія узловъ. Представимъ себѣ, что размѣры этой фигуры въ направленіи, перпендикулярномъ къ AB уменьшены въ какомъ-либо отношеніи $m:n$; тогда фиг. a обращается въ фигуру b . Круги обращаются въ подобные эллипсы, но существенно, что отношеніе площади общей обоимъ дискамъ къ площади любого изъ нихъ остается такимъ же, какъ и у фигуры a ; видимая же орбита фигуры b получается, какъ не трудно доказать, если дѣйствительная орбита, оставалась такой же какъ и у фиг. a , наклонена къ плоскости проекцій на такой уголъ i' , что $\cos i' : \cos i = m : n$. Изъ этихъ соображеній слѣдуетъ, что тождественныя кривыя блеска получаются какъ въ случаѣ круглыхъ дисковъ и любой орбиты съ наклоненіемъ i , такъ и въ случаѣ подобныхъ другъ

¹⁾ R. S. Dugan, loco cit.

другу эллиптических дисковъ, одна изъ осей которыхъ параллельна линіи узловъ, при той же дѣйствительной орбитѣ, но при иномъ наклоненіи. Слѣдовательно, кривая блеска, вычисленная въ предположеніи круглыхъ дисковъ, можетъ разниться отъ кривой блеска при эллиптическихъ дискахъ лишь въ томъ случаѣ, если диски имѣютъ различное сжатіе, и отступленія этихъ кривыхъ въ количественномъ отношеніи зависятъ отъ разницы сжатія того и другого диска. Поэтому, если можно принять диски за эллипсы, то, какъ общій случай, мы можемъ разсматривать, что одинъ дискъ, напр., покрывающій, — кругъ, а другой, покрываемый, — эллипсъ. Вліяніе этого обстоятельства на ходъ кривой блеска довольно сложно и въ первомъ приближеніи можно имъ пренебречь. Отступленіе формы дисковъ отъ эллипса вызываетъ дальнѣйшее отклоненіе вычисленной кривой блеска отъ дѣйствительной, но, можно думать, совершенно незначительное въ сравненіи съ ошибками наблюденій.

Яркость не можетъ быть одинакова во всѣхъ точкахъ диска звѣзды: это слѣдуетъ изъ современныхъ представленій о строеніи звѣзды. Слѣдовательно, теоретическая кривая, вычисленная при противоположномъ предположеніи, не можетъ совпадать съ дѣйствительной кривой блеска, приблизительный видъ которой даютъ намъ наблюденія. Яркость въ центрѣ диска больше, чѣмъ у краевъ, и приближенная формула, опредѣляющая ходъ убыванія яркости отъ центра къ краю, содержитъ, какъ неизвѣстное, лишь факторъ пропорціональности¹⁾, но введеніе его, въ качествѣ опредѣляемой величины, въ разсматриваемую задачу, до крайности условняетъ ее, и поэтому представляется болѣе рациональнымъ допустить равномерную яркость диска звѣзды, но при сравненіи теоретической кривой блеска съ наблюденіями не упускать изъ виду качественной стороны этого вопроса, т.-е. того направленія, въ которомъ теоретическая кривая блеска **должна** уклоняться отъ дѣйствительной вследствие этого упрощенія явленія. На это обстоятельство указалъ уже проф. Пикерингъ²⁾. Легко видѣть, что когда закрыта отъ насъ небольшая часть диска покрываемой звѣзды, то убыль яркости въ дѣйствительности меньше.

¹⁾ G. Müller. Die Photometrie der Gestirne; p. 325—326.

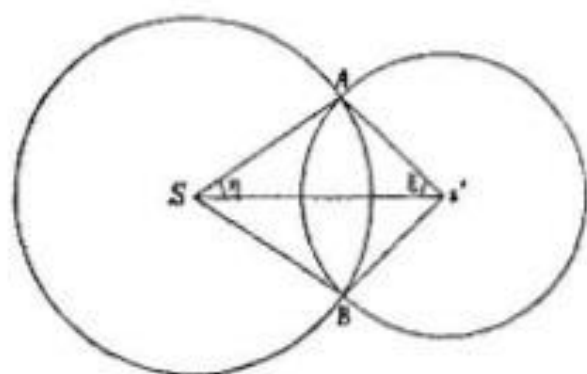
²⁾ E. Pickering, loco cit.

чѣмъ въ теоріи; слѣдовательно, теоретическая яркость меньше дѣйствительной; когда же небольшая часть покрываемой звѣзды остается непокрытой, то ея яркость въ теоріи больше, чѣмъ въ дѣйствительности. Поэтому ходъ разности (Наблюденіе — Вычисленіе) долженъ быть таковъ: нуль въ моментъ внѣшняго соприкосновенія дисковъ, она затѣмъ становится положительной, возрастаетъ, достигаетъ maximum'a и затѣмъ постепенно уменьшаясь, обращается въ нуль около того момента, когда контуръ покрывающей звѣзды проходитъ черезъ центръ покрываемой; затѣмъ она становится отрицательной, проходитъ черезъ minimum и въ моментъ внутренняго соприкосновенія дисковъ опять уничтожается. Поэтому, если обнаруживаются отклоненія такого характера между наблюденіями и теоретической кривой блеска, то они должны быть рассматриваемы не какъ противорѣчіе теоріи съ наблюденіями, а какъ необходимое слѣдствіе того, упрощающаго явленія, допущенія, которое, между прочимъ, положено въ основу вычисленій. Соображенія о возможной величинѣ такихъ отклоненій изложены въ концѣ этой главы.

Наконецъ, что касается допущенія круговой орбиты, то нужно имѣть въ виду, что эллиптичность орбиты обнаруживается въ кривой блеска ея несимметричностью относительно точки minimum'a, хотя симметричная кривая можетъ быть и при эллиптической орбитѣ, если линія апсидъ составляетъ 90° съ линіей узловъ. Кажется, не извѣстно въ настоящее время такой звѣзды типа Алголи, у которой несимметричность кривой блеска была бы внѣ сомнѣній въ виду согласныхъ изслѣдованій многихъ наблюдателей. Обыкновенно кривыя блеска получаютъ безъ явной несимметричности или лишь съ небольшою, въ немногихъ сотыхъ долей зв. вел.; а такъ какъ невѣроятно, чтобы у всѣхъ нихъ линіи апсидъ были хоть приблизительно направлены къ солнцу, то отсюда слѣдуетъ, что эксцентриситетъ у орбитъ этихъ звѣздъ мало разнится отъ нуля. Опредѣленіе эксцентриситета изъ кривой блеска во всякомъ случаѣ приходится основывать на довѣршіи къ сотымъ долямъ величины, и при точности современныхъ наблюденій переменныхъ звѣздъ это опредѣленіе не можетъ не быть мало надежнымъ. Гораздо большей точности можно достигнуть на основаніи изслѣдованія скоростей по лучу зрѣнія и любопытно, что для β Persei эксцентриситетъ оказывается около

0.03¹⁾, а для δ Librae²⁾ — около 0.05. Такъ какъ при разслѣдованіи кривыхъ блеска преимущественно интересны и важны получаемыя при этомъ свѣдѣніи о размѣрахъ компонентов пары сравнительно съ ихъ разстояніемъ и объ ихъ относительныхъ яркостяхъ, то допущеніе круговой орбиты, значительно упрощающее вычисленіе, получаетъ достаточное оправданіе.

3. Обозначимъ радиусъ бѣльшей звѣзды черезъ R , радиусъ меньшей черезъ R' , разстояніе ихъ центровъ черезъ d ; яркость бѣльшей черезъ J , яркость меньшей черезъ J' , принявъ за единицу сумму яркостей, такъ что $J + J' = 1$; отношеніе яркостей $J : J'$ можетъ быть какимъ угодно, каждая изъ яркостей можетъ заключаться между 0 и 1. Пусть далѣе наклопеніе



Черт. 2.

орбиты къ плоскости, перпендикулярной къ линіи зрѣнія, есть i , часовое угловое движеніе есть μ . Въ какой-либо моментъ времени пусть S и S' (черт. 2) суть центры дисковъ обѣихъ звѣздъ въ проекціи на плоскость, проходящую черезъ бѣльшую звѣзду S и перпендикулярную къ линіи зрѣнія, A и B — концы общей хорды дисковъ. Обозначимъ Ss' черезъ ρ , уголъ $s'SA = s'SB$ черезъ η , уголъ $Ss'A = Ss'B$ черезъ ξ . Тогда имѣемъ:

$$\frac{R}{R'} = \frac{\sin \xi}{\sin \eta}, \quad \frac{R}{\rho} = \frac{\sin \xi}{\sin (\xi + \eta)}$$

при чемъ всегда $\xi > \eta$, такъ какъ $R > R'$; какъ ξ , такъ и η , заключаются между 0° и 180° . Изъ этихъ пропорцій получаемъ:

$$\frac{R - R'}{R + R'} = \frac{\sin \xi - \sin \eta}{\sin \xi + \sin \eta} = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\xi - \eta)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\xi + \eta)}$$

Если обозначимъ $\frac{R - R'}{R + R'}$ черезъ $\operatorname{tg} \alpha$, при чемъ $0^\circ < \alpha < 45^\circ$, то

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\xi - \eta) = \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\xi + \eta) \cdot \operatorname{tg} \alpha; \quad \frac{R'}{R} = \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha); \quad (1).$$

¹⁾ W. Campbell, Second catalogue of spectroscopic binary stars; Lick Obs. Bull. № 181.

²⁾ F. Schlesinger, loco cit.

Кромѣ того изъ треугольника SA_s' или SB_s' имѣемъ:

$$\rho^2 = R^2 + R'^2 + 2RR' \cos(\xi + \eta)$$

и, следовательно,

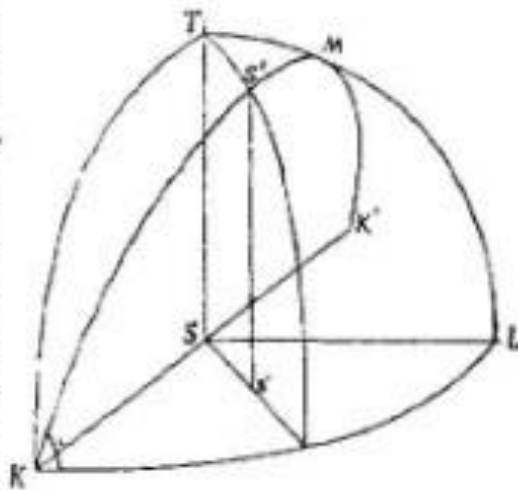
$$\operatorname{tg}^2 \frac{1}{2}(\xi + \eta) = \frac{1 - \cos(\xi + \eta)}{1 + \cos(\xi + \eta)} = \frac{(R + R')^2 - \rho^2}{\rho^2 - (R - R')^2} = \frac{\left(\frac{R + R'}{\rho}\right)^2 - 1}{1 - \left(\frac{R - R'}{R + R'}\right)^2 \cdot \left(\frac{R + R'}{\rho}\right)^2}$$

если обозначимъ $\frac{R + R'}{\rho}$ черезъ k , (2)

гдѣ, следовательно, $1 < k < \infty$, то

$$\operatorname{tg}^2 \frac{1}{2}(\xi + \eta) = \frac{k^2 - 1}{1 - k^2 \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad (3)$$

Пусть далѣе (черт. 3) ST есть направленіе отъ болѣе звѣзды къ землѣ, KSL —плоскость проеціи, $KS'MK'$ —орбита меньшей звѣзды относительно болѣе звѣзды, s' —проеція центра меньшей звѣзды S' на плоскость KSL , M —средина полуокружности $KS'MK'$; когда S' находится въ M , то разстояніе Ss' , а вмѣстѣ съ нимъ и яркость переменной, достигаетъ наименьшаго значенія; условимся считать время t въ часахъ средняго времени отъ момента прохожденія S' черезъ точку M ; тогда дуга $MS' = \mu t$. Изъ чертежа видно, что



Черт. 3.

$$Ss' = SS' \cdot \sin S'ST, \quad \text{или} \quad \rho = d \sin S'ST;$$

изъ сферическаго же треугольника $S'MT$, въ которомъ уголь $TMS' = \frac{\pi}{2}$ и $TM = 90^\circ - i$, обозначая уголь $TS'M$ черезъ δ , имѣемъ:

$$\sin S'T = \frac{\cos i}{\sin \delta}; \quad \text{следовательно,} \quad \rho = d \cdot \frac{\cos i}{\sin \delta}$$

и, кромѣ того,

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{r \operatorname{tg} i}{\sin \mu t}$$

СОДЕРЖАНІЕ.

Глава первая. — Обь опредѣленіи элементовъ двойныхъ звѣздъ типа Алголя.

	<i>Стран.</i>
1. Введеніе. Постановка задачи.	5
2. Разборъ упрощеній, введенныхъ въ задачу.	7
3. Выводъ формуль.	12
4. Простѣйшій случай задачи.	16
5. Болѣе сложный случай задачи.	18
6. Исслѣдованіе возможнаго вліянія на кривую блеска неравномѣрности яркости на дискѣ звѣзды	22
7. Заключение	29
Таблицы.	31
Схемы вычисленій	36

Глава вторая. — Перемѣнная U Serpenti.

1. Опредѣленіе элементовъ пары по наблюденіямъ г. Генделя	38
2. Исслѣдованіе спектра переменной при измѣненіи яркости	44
3. Плотности звѣздъ въ парѣ.	47
4. О спектрографѣ безъ щели.	48

Глава третья. — Исслѣдованіе переменной U Scuti.

1. Введеніе.	55
2. Наблюденія	56
3. Опредѣленіе періода.	68
4. Кривая блеска.	71
5. Опредѣленіе элементовъ	73
6. Заключение	79